EXERCICE 1 **5 points**

Au basket-ball, il est possible de marquer des paniers rapportant un point, deux points ou trois points.
Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

L'entraineur d'une équipe de basket décide d'étudier les statistiques de réussite des lancers de ses joueurs. Il constate qu'à l'entrainement, lorsque Victor tente un panier à trois points, il le réussit avec une probabilité de 0,32.
Lors d'un entrainement, Victor effectue une série de 15 lancers à trois points. On suppose que ces lancers sont indépendants.

On note N la variable aléatoire qui donne le nombre de paniers marqués.

Les résultats des probabilités demandées seront, si nécessaire, arrondis au millième.

1. On admet que la variable aléatoire N suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que Victor réussisse exactement 4 paniers lors de cette série.
3. Déterminer la probabilité que Victor réussisse au plus 6 paniers lors de cette série.
4. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire N.
5. On note T la variable aléatoire qui donne le nombre de **points** marqués après cette série de lancers.
   a. Exprimer T en fonction de N.
   b. En déduire l'espérance de la variable aléatoire T. Donner une interprétation de cette valeur dans le contexte de l'exercice.
   c. Calculer $P(12 \leqslant T \leqslant 18)$.

Partie B

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de points marqués par Victor lors d'un match.

On admet que l'espérance $E(X) = 22$ et la variance $V(X) = 65$.

Victor joue n matchs, où n est un nombre entier strictement positif.
On note $X_1, X_2, \dots, X_n$ les variables aléatoires donnant le nombre de points marqués au cours des $1^{\text{er}}, 2^{\text{e}}, \dots, n$-ième matchs. On admet que les variables aléatoires $X_1, X_2, \dots, X_n$ sont indépendantes et suivent la même loi que celle de X.

On pose $\quad M_n = \dfrac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$.

1. Dans cette question, on prend $n = 50$.
   a. Que représente la variable aléatoire M_{50} ?
   b. Déterminer l'espérance et la variance de M_{50}.
   c. Démontrer que $P(|M_{50} - 22| \geqslant 3) \leqslant \dfrac{13}{90}$.
   d. En déduire que la probabilité de l'évènement « $19 < M_{50} < 25$ » est strictement supérieure à 0,85.
2. Indiquer, en justifiant, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :
   « Il n'existe aucun entier naturel n tel que $P\left(|M_n - 22| \geqslant 3\right) < 0,01$ ».