

Exercice 3

7 points

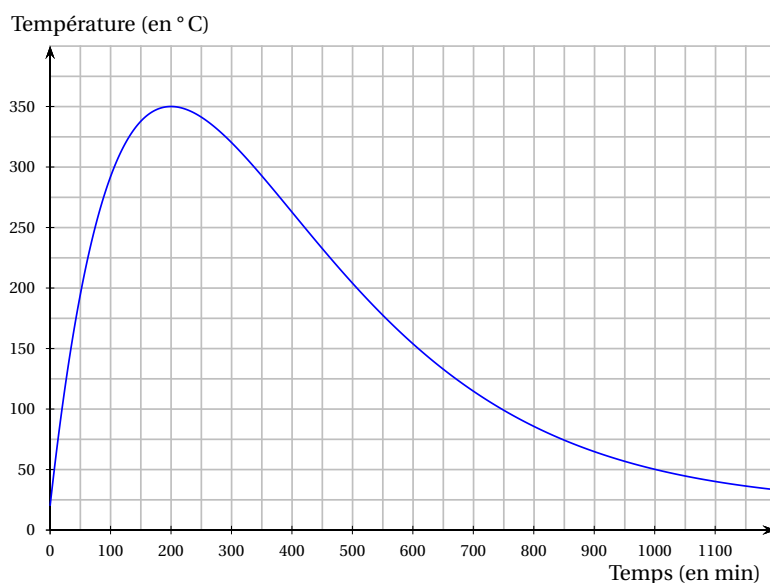
Un organisme certificateur est missionné pour évaluer deux appareils de chauffage, l'un d'une marque A et l'autre d'une marque B.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1 : appareil de la marque A

À l'aide d'une sonde, on a mesuré la température à l'intérieur du foyer d'un appareil de la marque A.

On a représenté, ci-dessous, la courbe de la température en degrés Celsius à l'intérieur du foyer en fonction du temps écoulé, exprimé en minutes, depuis l'allumage du foyer.



Par lecture graphique :

1. Donner le temps au bout duquel la température maximale est atteinte à l'intérieur du foyer.
2. Donner une valeur approchée, en minutes, de la durée pendant laquelle la température à l'intérieur du foyer dépasse 300 °C.
3. On note f la fonction représentée sur le graphique.

Estimer la valeur de $\frac{1}{600} \int_0^{600} f(t) dt$. Interpréter le résultat.

Partie 2 : étude d'une fonction

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par :

$$g(t) = 10t e^{-0,01t} + 20.$$

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
2.
 - a. Montrer que pour tout $t \in [0; +\infty[$, $g'(t) = (-0,1t + 10) e^{-0,01t}$.
 - b. Étudier les variations de la fonction g sur $[0; +\infty[$ et construire son tableau de variations.
3. Démontrer que l'équation $g(t) = 300$ admet exactement deux solutions distinctes sur $[0; +\infty[$. En donner des valeurs approchées à l'unité.

4. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_0^{600} g(t) dt$.

Partie 3 : évaluation

Pour un appareil de la marque B, la température en degrés Celsius à l'intérieur du foyer t minutes après l'allumage est modélisée sur $[0 ; 600]$ par la fonction g .

L'organisme certificateur attribue une étoile par critère validé parmi les quatre suivants :

- Critère 1 : la température maximale est supérieure à 320 °C.
- Critère 2 : la température maximale est atteinte en moins de 2 heures.
- Critère 3 : la température moyenne durant les 10 premières heures après l'allumage dépasse 250 °C.
- Critère 4 : la température à l'intérieur du foyer ne doit pas dépasser 300 °C pendant plus de 5 heures.

Chaque appareil obtient-il exactement trois étoiles? Justifier votre réponse.