

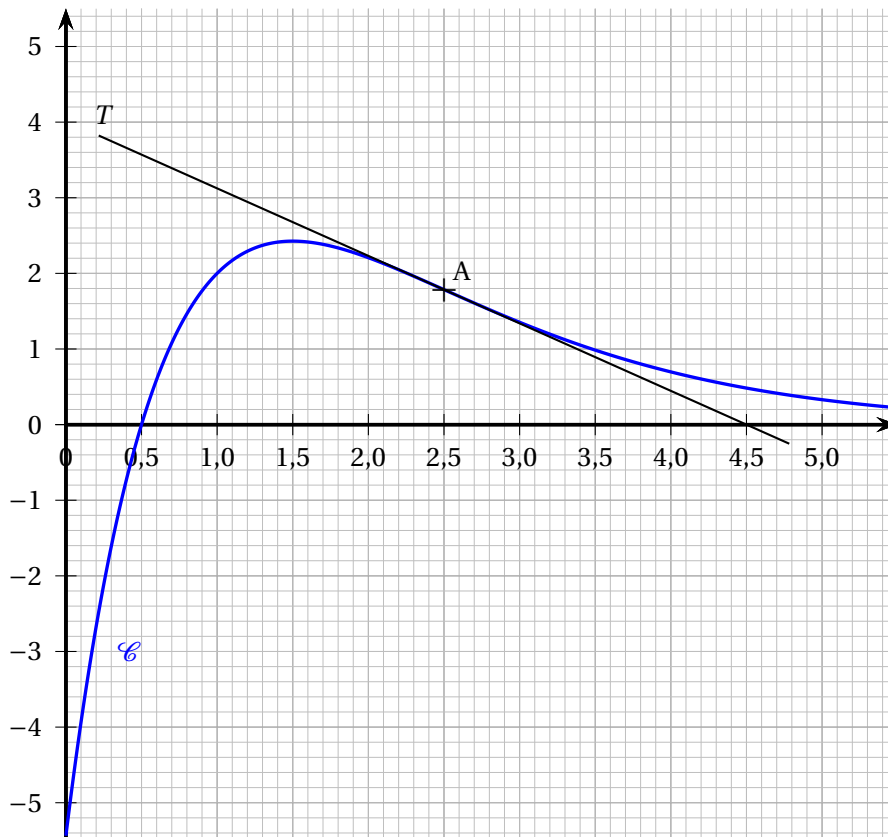
EXERCICE 1

5 points

Partie A

On considère une fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$, représentée par la courbe \mathcal{C} ci-dessous.

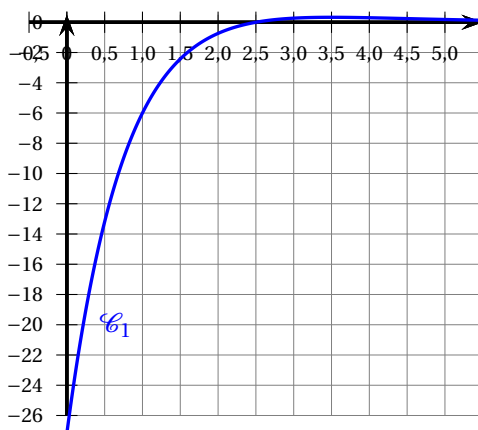
La droite T est tangente à la courbe \mathcal{C} au point A d'abscisse $\frac{5}{2}$.



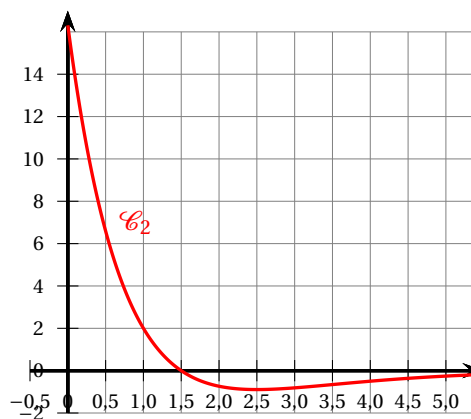
1. Dresser, par lecture graphique, le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 5]$.
2. Que semble présenter la courbe \mathcal{C} au point A?
3. La dérivée f' et la dérivée seconde f'' de la fonction f sont représentées par les courbes ci-dessous.

Associer à chacune de ces deux fonctions la courbe qui la représente.

Ce choix sera justifié.

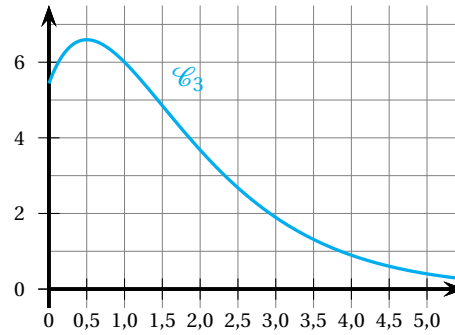


Courbe \mathcal{C}_1



Courbe \mathcal{C}_2

4. La courbe \mathcal{C}_3 ci-contre peut-elle être la représentation graphique sur $[0 ; +\infty[$ d'une primitive de la fonction f ? Justifier.



Partie B

Dans cette partie, on considère que la fonction f , définie et deux fois dérivable sur $[0 ; +\infty[$, est définie par

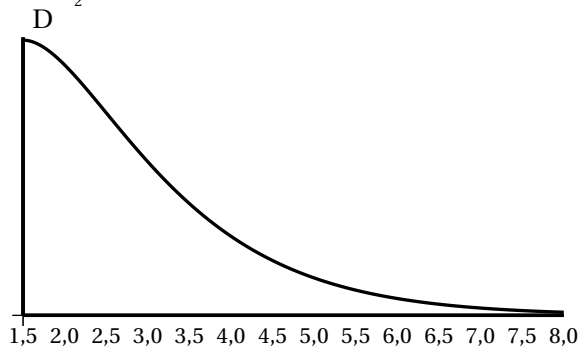
$$f(x) = (4x - 2)e^{-x+1}.$$

On notera respectivement f' et f'' la dérivée et la dérivée seconde de la fonction f .

1. Étude de la fonction f
 - a. Montrer que $f'(x) = (-4x + 6)e^{-x+1}$.
 - b. Utiliser ce résultat pour déterminer le tableau complet des variations de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$. On admet que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
 - c. Étudier la convexité de la fonction f et préciser l'abscisse d'un éventuel point d'inflexion de la courbe représentative de f .
2. On considère une fonction F définie sur $[0 ; +\infty[$ par $F(x) = (ax + b)e^{-x+1}$, où a et b sont deux nombres réels.
 - a. Déterminer les valeurs des réels a et b telles que la fonction F soit une primitive de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.
 - b. On admet que $F(x) = (-4x - 2)e^{-x+1}$ est une primitive de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.
En déduire la valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près, de l'intégrale

$$I = \int_{\frac{3}{2}}^8 f(x) dx.$$

3. Une municipalité a décidé de construire une piste de trottinette freestyle. Le profil de cette piste est donné par la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[\frac{3}{2} ; 8]$. L'unité de longueur est le mètre.



- a. Donner une valeur approchée au cm près de la hauteur du point de départ D.
- b. La municipalité a organisé un concours de graffiti pour orner le mur de profil de la piste. L'artiste retenue prévoit de couvrir environ 75 % de la surface du mur.

Sachant qu'une bombe aérosol de 150 mL permet de couvrir une surface de $0,8 \text{ m}^2$, déterminer le nombre de bombes qu'elle devra utiliser pour réaliser cette œuvre.