

**EXERCICE 2 5 points****Thème : géométrie dans l'espace**

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère :

- $d_1$  la droite passant par le point  $H(2; 3; 0)$  et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;
- $d_2$  la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2k - 3 \\ y = k \\ z = 5 \end{cases} \quad \text{où } k \text{ décrit } \mathbb{R}.$$

Le but de cet exercice est de déterminer une représentation paramétrique d'une droite  $\Delta$  qui soit perpendiculaire aux droites  $d_1$  et  $d_2$ .

1.
  - Déterminer un vecteur directeur  $\vec{v}$  de la droite  $d_2$ .
  - Démontrer que les droites  $d_1$  et  $d_2$  ne sont pas parallèles.
  - Démontrer que les droites  $d_1$  et  $d_2$  ne sont pas sécantes.
  - Quelle est la position relative des droites  $d_1$  et  $d_2$  ?
2.
  - Vérifier que le vecteur  $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  est orthogonal à  $\vec{u}$  et à  $\vec{v}$ .
  - On considère le plan  $P$  passant par le point  $H$  et dirigé par les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$ .  
On admet qu'une équation cartésienne de ce plan est :

$$5x + 4y - z - 22 = 0.$$

Démontrer que l'intersection du plan  $P$  et de la droite  $d_2$  est le point  $M(3; 3; 5)$ .

3. Soit  $\Delta$  la droite de vecteur directeur  $\vec{w}$  passant par le point  $M$ .

Une représentation paramétrique de  $\Delta$  est donc donnée par :

$$\begin{cases} x = -r + 3 \\ y = 2r + 3 \\ z = 3r + 5 \end{cases} \quad \text{où } r \text{ décrit } \mathbb{R}.$$

- Justifier que les droites  $\Delta$  et  $d_1$  sont perpendiculaires en un point  $L$  dont on déterminera les coordonnées.
- Expliquer pourquoi la droite  $\Delta$  est solution du problème posé.