

EXERCICE 3

6 points

On considère le prisme droit ABFEDCGH, de base ABFE, trapèze rectangle en A.

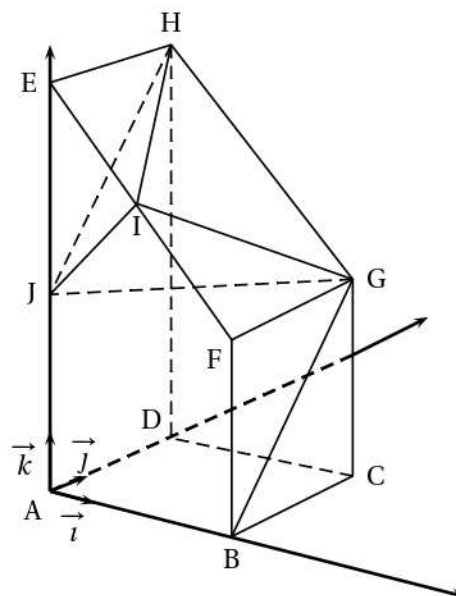
On associe à ce prisme le repère orthonormé  $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  tel que :

$$\vec{i} = \frac{1}{4}\vec{AB}, \quad \vec{j} = \frac{1}{4}\vec{AD}, \quad \vec{k} = \frac{1}{8}\vec{AE}.$$

De plus on a  $\vec{BF} = \frac{1}{2}\vec{AE}$ .

On note I le milieu du segment [EF].

On note J le milieu du segment [AE].



1. Donner les coordonnées des points I et J.

2. Soit  $\vec{n}$  le vecteur de coordonnées  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

a. Montrer que le vecteur  $\vec{n}$  est normal au plan (IGJ).

b. Déterminer une équation cartésienne du plan (IGJ).

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $d$ , perpendiculaire au plan (IGJ) et passant par H.

4. On note L le projeté orthogonal du point H sur le plan (IGJ).

Montrer que les coordonnées de L sont  $\left(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{16}{3}\right)$ .

5. Calculer la distance du point H au plan (IGJ).

6. Montrer que le triangle IGJ est rectangle en I.

7. En déduire le volume du tétraèdre IGJH.

On rappelle que le volume  $V$  d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$