

**EXERCICE 3****5 points**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'unité 1 cm, on considère les points

$$D(3 ; 1 ; 5), \quad E(3 ; -2 ; -1), \quad F(-1 ; 2 ; 1), \quad G(3 ; 2 ; -3).$$

1.
  - a. Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{EF}$  et  $\vec{FG}$ .
  - b. Justifier que les points E, F et G ne sont pas alignés.
2.
  - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FG).
  - b. On appelle H le point de coordonnées  $(2 ; 2 ; -2)$ .  
Vérifier que H est le projeté orthogonal de E sur la droite (FG) .
  - c. Montrer que l'aire du triangle EFG est égale à  $12 \text{ cm}^2$ .
3.
  - a. Démontrer que le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan (EFG).
  - b. Déterminer une équation cartésienne du plan (EFG) .
  - c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite ( $d$ ) passant par le point D et orthogonale au plan (EFG) .
  - d. On note K le projeté orthogonal du point D sur le plan (EFG).  
À l'aide des questions précédentes, calculer les coordonnées du point K.
4.
  - a. Vérifier que la distance  $DK$  est égale à 5 cm.
  - b. En déduire le volume du tétraèdre DEFG.