

étude d'un modèle continu

On souhaite décrire la superficie de la zone étudiée recouverte par la posidonie au cours du temps avec un modèle continu.

Dans ce modèle, pour une durée t , en année, écoulée à partir du premier juillet 2024, la superficie de la zone étudiée recouverte par la posidonie est donnée par $f(t)$, où f est une fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ vérifiant :

- $f(0) = 1$;
- f ne s'annule pas sur $[0 ; +\infty[$;
- f est dérivable sur $[0 ; +\infty[$;
- f est solution sur $[0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle

$$(E_1) : \quad y' = 0,02y(15 - y).$$

On admet qu'une telle fonction f existe; le but de cette partie est d'en déterminer une expression.

On note f' la fonction dérivée de f .

1. Soit g la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(t) = \frac{1}{f(t)}$.

Montrer que g est solution de l'équation différentielle

$$(E_2) : \quad y' = -0,3y + 0,02.$$

2. Donner les solutions de l'équation différentielle (E_2) .
3. En déduire que pour tout $t \in [0 ; +\infty[$:

$$f(t) = \frac{15}{14^{-0,3t} + 1}.$$

4. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
5. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; +\infty[$ l'inéquation $f(t) > 14$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.