



Nombres et calculs

Fiche méthode : les inéquations

Résoudre une inéquation du premier degré ...



Pour résoudre une inéquation du premier degré, on fait passer tous les termes avec des « x » du même côté et les autres termes de l'autre côté, puis on obtient un coefficient devant x, si ce coefficient est positif on le fait passer de l'autre côté (par une division) en conservant l'ordre, par contre si ce coefficient est négatif on le fait passer de l'autre côté (par une division) en changeant l'ordre.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $-5x - 5 \leq -3x + 7$.

$$\begin{aligned} -5x - 5 &\leq -3x + 7 \\ \Leftrightarrow -5x + 3x &\leq 5 + 7 \\ \Leftrightarrow -2x &\leq 12 \\ \Leftrightarrow x &\geq \frac{12}{-2} \quad \text{on change l'ordre car on divise par un nombre négatif} \\ \Leftrightarrow x &\geq -6 \\ \Leftrightarrow x &\in [-6 ; +\infty[\end{aligned}$$

Remarque : S'il y a des fractions, on peut réduire tous les termes au même dénominateur, puis on peut les simplifier

Résoudre une équation produit ...



Pour résoudre une équation produit, c'est-à-dire une équation dont un produit de facteurs est nul est équivalent à résoudre toutes les équations où chaque facteur est nul.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(-4x - 6)(-3x + 5) = 0$

$$\begin{aligned} (-4x - 6)(-3x + 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow -4x - 6 &= 0 \text{ ou } -3x + 5 = 0 \\ \Leftrightarrow -4x &= 6 \text{ ou } -3x = -5 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-3}{2} \text{ ou } x = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Relier sens de variation et signe d'une fonction affine ...



Pour étudier le signe de la fonction affine $f(x)=ax+b$, on commence à regarder où elle s'annule soit pour $x=-b/a$, ensuite on regarde le signe de a : si a est positif alors f est croissante donc négative puis positif (petite - puis grande +), par contre si est négatif f est décroissante donc positive puis négative (grande + puis petite -)

Exemple : Dresser le tableau de signes de $4x+3$.

$$3x+4 = 0 \text{ pour } x=-4/3$$

3 est positif, donc $y = 3x + 4$ est une droite qui monte, d'où le tableau.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$+\infty$
signe de $3x + 4$	-	0	+

Résoudre une inéquation produit ...



Pour résoudre algébriquement une inéquation qui n'est pas du premier degré, on commence par se ramener à une inéquation équivalente avec le second membre égal à 0, puis on factorise si possible en facteurs du premier degré, et enfin on dresse un tableau de signes pour conclure.



Pour construire un tableau de signes d'un produit, on commence par chercher les valeurs de x qui annulent les facteurs et on les place dans l'ordre croissant dans la première ligne du tableau, pour chaque facteur on crée une nouvelle ligne pour étudier son signe, et enfin dans la dernière ligne on utilise le produit des signes pour conclure.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $(-x + 3)(2x + 4) \leq 0$.

Pour résoudre cette inéquation, on résout d'abord l'équation :

$$\begin{aligned} (-x + 3)(2x - 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow -x + 3 &= 0 \text{ ou } 2x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow -x &= -3 \text{ ou } 2x = 4 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \text{ ou } x = 2 \end{aligned}$$

On remplit le tableau :

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$-x + 3$		+	0	-
$2x - 4$		-	0	+
$(-x + 3)(2x - 4)$		-	0	+



Pour trouver les solutions de $(-x + 3)(2x - 4) \leq 0$, on regarde où se trouve les -.

Donc $x \in]-\infty ; 2] \cup [3 ; +\infty[$

Résoudre une inéquation quotient ...



Pour résoudre une inéquation quotient, c'est-à-dire une inéquation avec un quotient d'un côté et un 0 de l'autre, on commence si nécessaire et si possible par factoriser le numérateur et le dénominateur, puis on regarde pour quelles valeurs le numérateur s'annule et pour le dénominateur on cherche les valeurs interdites qui annulent le dénominateur, au niveau de ces valeurs interdites on mettra une double barre au lieu des 0...

Exemple : dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x+5}{-3x+6} \leq 0$.

Pour résoudre cette inéquation, on résout d'abord l'équation :

$$\begin{aligned} \frac{x+5}{-3x+6} &= 0 \\ \Leftrightarrow x+5 &= 0 \text{ et } -3x+6 \neq 0 \\ \Leftrightarrow x &= -5 \text{ et } -3x \neq -6 \\ \Leftrightarrow x &= -5 \text{ et } x \neq 2 \end{aligned}$$

On remplit le tableau :

x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$		
$x + 5$		-	0	+	+	
$-3x + 6$		+	+		-	
$\frac{x + 5}{-3x + 6}$		-	0	+		-



Pour trouver les solutions de $\frac{x+5}{-3x+6} \leq 0$, on regarde où se trouve les -.

Donc $x \in]-\infty ; -5] \cup]2 ; +\infty[$