# Règles de calcul

## Fiche méthode : Factorisation et développement

### La forme développée...

La forme développée d'une expression est son écriture en tant qu'une somme de termes.
Il y a deux outils pour développer une expression : la distributivité et les identités remarquables

**La distributivité :** $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

**Exemple :** $(2x+3)(x-4)=(2x+3)(x-4)=2x\times x+2x\times(-4)+3\times x+3\times(-4)=2x^2-8x+3x-12=2x^2-5x-12$

**Les identités remarquables :**
1- $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
2- $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
3- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

**Exemples :**
1- $(2x+3)^2=(2x)^2+2\times(2x)\times3+3^2=4x^2+12x+9$
2- $(2x-3)^2=(2x)^2-2\times(2x)\times3+3^2=4x^2-12x+9$
3- $(2x+3)(2x-3)=(2x)^2-3^2=4x^2-9$

**remarque :** l'idéal est de passer directement à la réponse

### La forme factorisée ...

La forme factorisée d'une expression est son écriture en tant qu'un produit de facteurs.
identités remarquables

**Chercher un facteur commun :** $ab+ac = a(b+c)$

**Exemples : 1-** $x^2+x=x\times x+1\times x=(x+1)x$

**2-** $(x+1)(x+3)-(x+1)(5x-2)=(x+1)(x+3)-(x+1)(5x-2)=(x+1)((x+3)-(5x-2))=(x+1)(x+3-5x+2)=(x+1)(-4x+5)$

**Les identités remarquables :** On utilisera essentiellement la 3ème identité remarquable : $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

**Exemples :**
1- $4x^2+12x+9=(2x)^2+2\times(2x)\times3+3^2=(2x+3)^2$ en utilisant : $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
2- $4x^2-12x+9=(2x)^2-2\times(2x)\times3+3^2=(2x-3)^2$ en utilisant $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
3- en utilisant $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$(2x+1)^2-9=(2x+1)^2-3^2=((2x+1)+3)((2x+1)-3)=(2x+4)(2x-2)$

### Choisir la forme la plus adaptée, pour trouver les antécédents...

Pour chercher le(s) antécédent(s) de k par une fonction f, il faut résoudre f(x)=k. L'idée sera de résoudre f(x)-k=0 et pour cela on factorisera f(x)-k pour utiliser la propriété qui dit :
"$A\times B=0$ équivaut à $A=0$ *ou* $B=0$".

**Exemples :** Soit $f(x)=(x+7)^2-9=x^2+14x+40=(x+4)(x+10)$

- Pour trouver les antécédents de 0, on prendra la forme factorisée de $f(x)$ si elle existe.
  On devra donc résoudre $(x+4)(x+10)=0$ donc $x=-4$ ou $x=-10$
- Pour trouver les antécédents de 40, on choisira la forme de f(x) qui nous permettra de factoriser $f(x)-40$, donc on choisira $x^2+14x+40$, d'où
- $f(x)-40=0\Leftrightarrow x^2+14x=0\Leftrightarrow x(x+14)=0$...
- Pour trouver les antécédents de -9, on choisira la forme de f(x) qui nous permettra de factoriser $f(x)+9$, donc on choisira $(x+7)^2-9, d'où\ f(x)+9=0\Leftrightarrow(x+7)^2=0\Leftrightarrow x=-7$.