



Règles de calcul

Fiche méthode : Comparer et exprimer

Comparer deux expressions...



Pour comparer deux expressions A et B , on étudie le signe de la différence $A - B$.

- SI $A - B = 0$ alors $A = B$;
- SI $A - B > 0$ alors $A > B$;
- SI $A - B < 0$ alors $A < B$;

Exemple : Pour tout $x > 1$, comparer $A = \frac{x+1}{x-1}$ et $B = \frac{x+2}{x}$.

On calcule $A - B$:

$$A - B = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x} = \frac{x(x+1) - (x+2)(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x^2 + x - (x^2 - x + 2x - 2)}{x(x-1)} = \frac{2}{x(x-1)}$$

On étudie le signe $A - B$:

Comme $x > 1$, on $x-1 > 0$ et $x > 0$, de plus $2 > 0$ donc $\frac{2}{x(x-1)} > 0$.

Conclusion : $A > B$



Pour comparer deux expressions **strictement positives** A et B , on peut aussi comparer $\frac{A}{B}$ et 1.

- SI $\frac{A}{B} = 1$ alors $A = B$;
- SI $\frac{A}{B} > 1$ alors $A > B$;
- Si $\frac{A}{B} < 1$ alors $A < B$;

Exemple : Pour tout entier $n \geq 2$, comparer $A = \frac{2}{n}$ et $B = \frac{4}{n^2}$.

On calcule $\frac{A}{B}$:

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{n} \div \frac{4}{n^2} = \frac{2n^2}{4n} = \frac{n}{2}$$

Comme $n \geq 2$, le numérateur est plus grand que le dénominateur donc $\frac{n}{2} \geq 1$.

Conclusion : $A \geq B$

remarque : on aurait aussi pu utiliser la méthode du signe de la différence...

Exprimer une variable en fonction des autres ...



Pour exprimer une variable à partir d'une relation contenant plusieurs variables, on cherchera à isoler cette variable en respectant les règles de calculs.

Exemple 1 : x et y désignent deux réels tels que $3x - 2y = 24$.

Exprimer y en fonction de x .

$$3x - 2y = 24 \Leftrightarrow -2y = -3x + 24 \Leftrightarrow y = \frac{-3x + 24}{-2} \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - 12$$

Exemple 2 : Le volume V d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par $V = \pi r^2 h$.

Exprimer le rayon r en fonction de h et de V .

$$V = \pi r^2 h \Leftrightarrow \frac{V}{\pi h} = r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{V}{\pi h} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$