

# ❧ VRAI/FAUX ❧

## BAC 2025

### EXERCICE 3

4 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère la droite  $(d)$  dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 \\ z = 2 - 6t \end{cases}, \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

On considère également les points suivants :

- A(3 ; -3 ; -2)
- B(5 ; -4 ; -1)
- C le point de la droite  $(d)$  d'abscisse 2
- H le projeté orthogonal du point B sur le plan  $\mathcal{P}$  d'équation  $x + 3z - 7 = 0$

#### Affirmation 1

La droite  $(d)$  et l'axe des ordonnées sont deux droites non coplanaires.

#### Affirmation 2

Le plan passant par A et orthogonal à la droite  $(d)$  a pour équation cartésienne :

$$x + 3z + 3 = 0$$

#### Affirmation 3

Une mesure, exprimée en radian, de l'angle géométrique  $\widehat{BAC}$  est  $\frac{\pi}{6}$ .

#### Affirmation 4

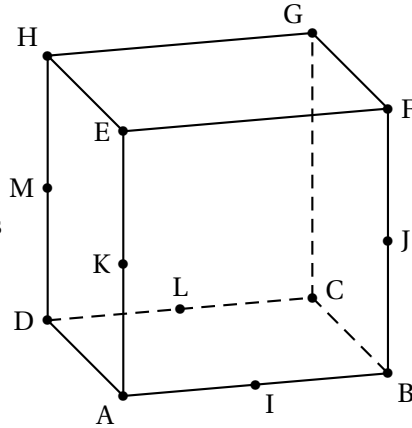
La distance BH est égale à  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .

**EXERCICE 3**

**5 points**

**PARTIE A**

ABCDEFGH est un cube d'arête de longueur 1.  
 Les points I, J, K, L et M sont les milieux respectifs  
 des arêtes [AB], [BF], [AE], [CD] et [DH].



**Affirmation 1 :** «  $\vec{JH} = 2\vec{BI} + \vec{DM} - \vec{CB}$  »

**Affirmation 2 :** « Le triplet de vecteurs  $(\vec{AB}, \vec{AH}, \vec{AG})$  est une base de l'espace. »

**Affirmation 3 :** «  $\vec{IB} \cdot \vec{LM} = -\frac{1}{4}$ . »

**PARTIE B**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

- le plan  $\mathcal{P}$  d'équation cartésienne  $2x - y + 3z + 6 = 0$
- les points  $A(2; 0; -1)$  et  $B(5; -3; 7)$

**Affirmation 4 :** « Le plan  $\mathcal{P}$  et la droite (AB) sont parallèles. »

**Affirmation 5 :** « Le plan  $\mathcal{P}'$  parallèle à  $\mathcal{P}$  passant par B a pour équation cartésienne  $-2x + y - 3z + 34 = 0$  »

**Affirmation 6 :** « La distance du point A au plan  $\mathcal{P}$  est égale à  $\frac{\sqrt{14}}{2}$ . »

On note  $(d)$  la droite de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = -12 + 2k \\ y = 6 \\ z = 3 - 5k \end{cases}, \text{ où } k \in \mathbb{R}$$

**Affirmation 7 :** « Les droites (AB) et  $(d)$  ne sont pas coplanaires. »

**Exercice 4****5 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Dans cet exercice, les questions sont indépendantes les unes des autres.

1. On considère l'équation différentielle :

$$(E) \quad y' = \frac{1}{2}y + 4.$$

**Affirmation 1 :** Les solutions de (E) sont les fonctions  $f$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = ke^{\frac{1}{2}x} - 8, \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}.$$

2. Dans une classe de terminale, il y a 18 filles et 14 garçons. On constitue une équipe de volley-ball en choisissant au hasard 3 filles et 3 garçons.

**Affirmation 2 :** Il y a 297 024 possibilités pour former une telle équipe.

3. Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$v_n = \frac{n}{2 + \cos(n)}.$$

**Affirmation 3 :** La suite  $(v_n)$  diverge vers  $+\infty$ .

4. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(5; -1; 8)$  et  $C(2; 1; 3)$ .

**Affirmation 4 :**  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$  et une mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  est  $30^\circ$ .

5. On considère une fonction  $h$  définie sur  $]0; +\infty[$  dont la dérivée seconde est définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$h''(x) = x \ln x - 3x.$$

**Affirmation 5 :** La fonction  $h$  est convexe sur  $[e^3; +\infty[$ .

## Exercice 4

5 points

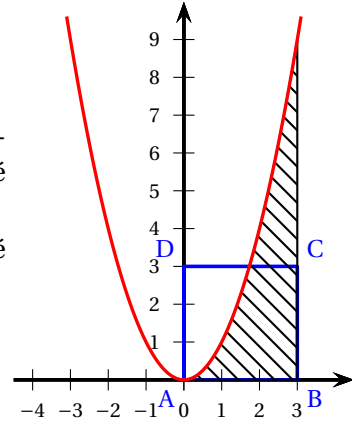
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.  
Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Soient  $E$  et  $F$  les ensembles  $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$  et  $F = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ .

**Affirmation n° 1 :** Il y a davantage de 3-uplets d'éléments distincts de  $E$  que de combinaisons à 4 éléments de  $F$ .

2. Dans le repère orthonormé ci-contre, on a représenté la fonction carré, notée  $f$ , ainsi que le carré ABCD de côté 3.

**Affirmation n° 2 :** La zone hachurée et le carré ABCD ont la même aire.



3. On considère l'intégrale  $J$  ci-dessous :

$$J = \int_1^2 x \ln(x) dx.$$

**Affirmation n° 3 :** Une intégration par parties permet d'obtenir :  $J = \frac{7}{11}$ .

4. Sur  $\mathbb{R}$ , on considère l'équation différentielle

$$(E): \quad y' = 2y - e^x.$$

**Affirmation n° 4 :** La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^x + e^{2x}$  est solution de l'équation différentielle (E).

5. Soit  $x$  donné dans  $[0; 1[$ . On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$u_n = (x-1)e^n + \cos(n).$$

**Affirmation n° 5 :** La suite  $(u_n)$  diverge vers  $-\infty$ .

## Exercice 4

(5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = x \ln(x)$ .

**Affirmation 1 :**

$$\int_1^e f(x) dx = \frac{e^2 + 1}{4}$$

2. Soient  $n$  et  $k$  deux entiers naturels non nuls tels que  $k \leq n$ .

**Affirmation 2 :**

$$n \times \binom{n-1}{k-1} = k \times \binom{n}{k}$$

3. Pour les trois affirmations suivantes, on considère que l'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soit  $d$  la droite de représentation paramétrique : 
$$\begin{cases} x = t+1 \\ y = 2t+1 \\ z = -t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Soit  $d'$  la droite de représentation paramétrique : 
$$\begin{cases} x = 2t'-1 \\ y = -t'+2 \\ z = t'+1 \end{cases}, \quad t' \in \mathbb{R}.$$

Soit  $P$  le plan d'équation cartésienne :  $2x + y - 2z + 18 = 0$ .

Soit A le point de coordonnées  $(-1; -3; 2)$  et B le point de coordonnées  $(-5; -5; 6)$ .

On appelle plan médiateur du segment  $[AB]$  le plan passant par le milieu du segment  $[AB]$  et orthogonal à la droite  $(AB)$ .

**Affirmation 3 :** Le point A appartient à la droite  $d$ .

**Affirmation 4 :** Les droites  $d$  et  $d'$  sont sécantes.

**Affirmation 5 :** Le plan  $P$  est le plan médiateur du segment  $[AB]$ .

## Exercice 1

5 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = x e^{-2x}.$$

On admet que  $f$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ .  
On note  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé du plan.

*Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée.*

*Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.*

**Affirmation 1.** Pour tout réel  $x$ , on a  $f'(x) = (-2x + 1) e^{-2x}$ .

**Affirmation 2.** La fonction  $f$  est une solution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle :

$$y' + 2y = e^{-2x}.$$

**Affirmation 3.** La fonction  $f$  est convexe sur  $] -\infty ; 1]$ .

**Affirmation 4.** L'équation  $f(x) = -1$  admet une unique solution sur  $\mathbb{R}$ .

**Affirmation 5.** L'aire du domaine délimité par la courbe  $C_f$ , l'axe des abscisses et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$  est égale à  $\frac{1}{4} - \frac{3e^{-2}}{4}$ .

**Exercice 4****4 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.  
Chaque réponse doit être justifiée.  
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Un musée propose des visites avec ou sans audioguide. Les billets peuvent être achetés en ligne ou directement au guichet.

1. Lorsqu'une personne achète son billet en ligne, un code de validation lui est envoyé par SMS afin qu'elle confirme son achat.  
Ce code est généré de façon aléatoire et est constitué de 4 chiffres deux à deux distincts, le premier chiffre étant différent de 0.

**Affirmation 1 :** Le nombre de codes différents pouvant être générés est 5 040.

2. Une étude a permis de considérer que :
- la probabilité qu'une personne choisisse l'audioguide sachant qu'elle a acheté son billet en ligne est égale à 0,8;
  - la probabilité qu'une personne achète son billet en ligne est égale à 0,7;
  - la probabilité qu'une personne opte pour une visite sans audioguide est égale à 0,32.

**Affirmation 2 :** La probabilité qu'un visiteur ne prenne pas l'audioguide sachant qu'il a acheté son billet au guichet est supérieure à deux tiers.

3. On choisit au hasard 12 visiteurs de ce musée.

On suppose que le choix de l'option « audioguide » est indépendant d'un visiteur à l'autre.

**Affirmation 3 :** La probabilité qu'exactement la moitié de ces visiteurs opte pour l'audioguide est égale à  $924 \times 0,2176^6$ .

4. Lorsqu'une personne dispose d'un audioguide, elle peut choisir parmi trois parcours :
- un premier d'une durée de cinquante minutes,
  - un deuxième d'une durée d'une heure et vingt minutes,
  - un troisième d'une durée d'une heure et quarante minutes.

Le temps de parcours peut être modélisé par une variable aléatoire  $X$  dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

|              |        |            |            |
|--------------|--------|------------|------------|
| $x_i$        | 50 min | 1 h 20 min | 1 h 40 min |
| $P(X = x_i)$ | 0,1    | 0,6        | 0,3        |

**Affirmation 4 :** L'espérance de  $X$  est 77 minutes.

**EXERCICE 2****5 points**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est juste ou fausse.  
Chaque réponse doit être justifiée.  
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Dans une classe de 24 élèves, il y a 14 filles et 10 garçons.

**Affirmation 1 :**

Il est possible de constituer 272 groupes différents de quatre élèves composés de deux filles et deux garçons.

2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3 \sin(2x + \pi)$  et  $C$  sa courbe représentative dans un repère donné.

**Affirmation 2 :**

Une équation de la tangente à  $C$  au point d'abscisse  $\frac{\pi}{2}$  est  $y = 6x - 3\pi$ .

3. On considère la fonction  $F$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = (2x + 1) \ln(x)$ .

**Affirmation 3 :**

La fonction  $F$  est une primitive de la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2}{x}$ .

4. On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(t) = 45 e^{0,06t} + 20$ .

**Affirmation 4 :**

La fonction  $g$  est l'unique solution de l'équation différentielle

$$(E_1) : y' + 0,06y = 1,2 \text{ vérifiant } g(0) = 65.$$

5. On considère l'équation différentielle :

$$(E_2) : y' - y = 3e^{0,4x}$$

où  $y$  est une fonction positive de la variable réelle  $x$ , définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  et  $y'$  la fonction dérivée de la fonction  $y$ .

**Affirmation 5 :**

Les solutions de l'équation  $(E_2)$  sont des fonctions convexes sur  $\mathbb{R}$ .

## Exercice 2

5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.  
Chaque réponse doit être justifiée.  
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Deux équipes de footballeurs de 22 et 25 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match. Chaque joueur d'une équipe serre une seule fois la main de chaque joueur de l'autre équipe.

**Affirmation 1**

47 poignées de mains ont été échangées.

2. Une course oppose 18 concurrents. On récompense indistinctement les trois premiers en offrant le même prix à chacun.

**Affirmation 2**

Il y a 4 896 possibilités de distribuer ces prix.

3. Une association organise une compétition de course de haies qui permettra d'établir un podium (le podium est constitué des trois meilleurs sportifs classés dans leur ordre d'arrivée). Sept sportifs participent au tournoi. Jacques est l'un d'entre eux.

**Affirmation 3**

Il y a 90 podiums différents dont Jacques fait partie.

4. Soit  $X_1$  et  $X_2$  deux variables aléatoires de même loi donnée par le tableau ci-dessous :

|              |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$        | -2  | -1  | 2   | 5   |
| $P(X = x_i)$ | 0,1 | 0,4 | 0,3 | 0,2 |

On suppose que  $X_1$  et  $X_2$  sont indépendantes et on considère  $Y$  la variable aléatoire somme de ces deux variables aléatoires.

**Affirmation 4**

$P(Y = 4) = 0,25$ .

5. Un nageur s'entraîne dans l'objectif de parcourir le 50 mètres nage libre en moins de 25 secondes. Au fil des entraînements, il s'avère que la probabilité qu'il y parvienne s'établit à 0,85.

Il effectue, sur une journée, 20 parcours chronométrés sur 50 mètres. On note  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où il nage cette distance en moins de 25 secondes lors de cette journée.

On admet que  $X$  suit la loi binomiale de paramètres  $n = 20$  et  $p = 0,85$ .

**Affirmation 5**

Sachant qu'il a atteint au moins 15 fois son objectif, une valeur approchée à  $10^{-3}$  de la probabilité qu'il l'ait atteint au moins 18 fois est 0,434.

## Exercice 4

5 points

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse**, en justifiant la réponse.

Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \ln(x) - x^2.$$

**Affirmation 1 :**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

2. On considère l'équation différentielle

$$(E) : -2y' + 3y = \sin x + 8 \cos x.$$

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 2 \cos x - \sin x.$$

**Affirmation 2 :** La fonction  $f$  est solution de l'équation différentielle (E).

3. On considère la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = \ln(3x + 1) + 8.$$

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 25$  et pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_{n+1} = g(u_n).$$

On admet que la suite  $(u_n)$  est strictement positive.

**Affirmation 3 :** La suite  $(u_n)$  est décroissante.

4. On considère une fonction affine  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

On note  $k$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $k(x) = x^4 + x^2 + h(x)$ .

**Affirmation 4 :** La fonction  $k$  est convexe sur  $\mathbb{R}$ .

5. Une anagramme d'un mot est le résultat d'une permutation des lettres de ce mot.

Exemple : le mot BAC est posséder 6 anagrammes : BAC, BCA, ABC, ACB, CAB, CBA.

**Affirmation 5 :** Le mot EULER possède 120 anagrammes.